

**PTSI – Fiche de rappels 2 – Induction et forces de Laplace**

## I Champ magnétique

### I.1 Notion de champ

On appelle *champ* la donnée en tout point de l'espace, et au cours du temps, de la valeur d'une grandeur physique qui peut être scalaire (température, pression...), vectorielle (vitesse des particules d'un fluide, champ électrique et magnétique...) ou tensorielle (comme le tenseur des contraintes).

### I.2 Source de champ magnétique

La source d'un *champ magnétique* peut-être :

- un déplacement de charge électrique, ou courant électrique ;
- un aimant, en tant que « collection organisée » de courants électriques microscopiques ;
- une variation temporelle de champ électrique  $\vec{E}$  (programme de deuxième année).

## II Représentations du champ magnétique

### II.1 Unité du champ magnétique

Le champ magnétique  $\vec{B}$  s'exprime, dans le système international, en tesla, noté T. Sa dimension est  $\dim(\vec{B}) = \text{M} \text{I}^{-1} \text{T}^{-2}$ .

On peut citer quelques ordres de grandeur de champ magnétique :

- aimant néodyme : 1 T ;
- IRM : 10 T ;
- champ magnétique terrestre :  $50 \times 10^{-6}$  T

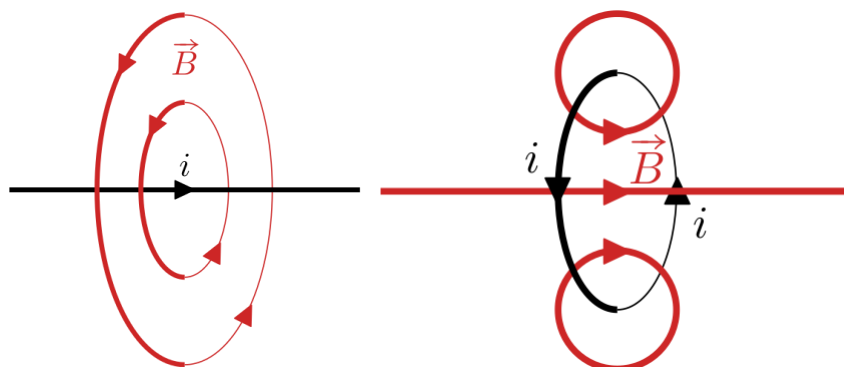
Comme tout champ de vecteur, il est difficilement représentable en 3D. On donne souvent des cartes colorées donnant la norme de B ou des lignes de champ sur un plan de coupe.

### II.2 Lignes de champ

On appelle *ligne de champ* une courbe tangente au champ en chacun de ses points, et orientée dans le sens du champ.

### II.3 Règles de la main droite

Les orientations relatives des lignes de champ et des courants électriques qui les créent sont régies par des « règles de la main droite ». On place l'orientation du courant (respectivement du champ magnétique) dans la paume de la main droite du poignet vers les doigts, le pouce donne l'orientation locale du champ magnétique (respectivement du courant).



### III Moment magnétique

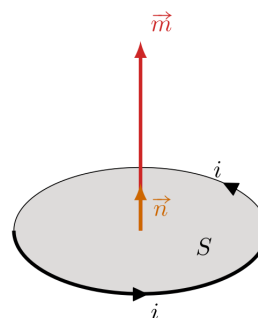
À grande distance, les champs magnétiques produits par des spires de courant, des solénoïdes ou des aimants ont des allures et donc des actions très similaires. On les modélise donc parfois en utilisant la notion de moment magnétique.

#### III.1 Moment magnétique

On appelle moment magnétique, le vecteur  $\vec{m}$ , permettant de modéliser un courant circulant dans une boucle plane fermée. Ce vecteur, orthogonal au plan de la boucle, vérifie :

$$\vec{m} = iS\vec{n}$$

où  $i$  est le courant circulant dans la boucle fermée,  $S$  la surface plane définie par la boucle fermée,  $\vec{n}$  est le vecteur unitaire normal à  $S$  et orienté selon la règle de la main droite appliquée à  $i$ .



### IV Actions du champ magnétique

#### IV.1 Force de Laplace exercée sur une tige

On suppose donc que l'on a une portion de fil conducteur, parcourue par un courant d'intensité  $i$ . La force qu'exerce le champ magnétique sur ce fil dérive de la force de Lorentz rencontrée en mécanique des particules chargées. Cette force est appelée *force de Laplace*.

La force de Laplace, exercée par un champ magnétique  $\vec{B}$  donné, sur une tige  $[AB]$  parcourue par un courant d'intensité  $i$  s'écrit :

$$\vec{F}_L = \int_A^B d\vec{F}_L = \int_A^B i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}$$

où  $d\vec{\ell}$  est le vecteur déplacement élémentaire,  $i$  le courant électrique parcourant la tige, et où les bornes  $A$  et  $B$  de l'intégrale sont placées dans l'ordre de parcours du courant électrique.

Si le courant et le champ magnétique sont uniformes alors

$$\vec{F}_L = i\vec{AB} \wedge \vec{B}$$

#### IV.2 Couple de Laplace exercée sur une boucle rigide

Le moment résultant du couple de Laplace, exercé par un champ magnétique  $\vec{B}$  sur un cadre rigide plan parcouru par un courant d'intensité  $i$ , s'exprime par :

$$\vec{C}_L = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

où  $\vec{m} = iS\vec{n}$  est le moment magnétique de la spire associé au cadre de surface  $S$  et de normale  $\vec{n}$  orientée par le sens de circulation du courant.

## V Induction

### V.1 Notion de flux

Avant de pouvoir détailler les lois de l'induction, il faut introduire une notion très présente en physique des champs vectoriels : la notion de flux.

On appelle *flux du champ magnétique*, la quantité scalaire  $\Phi$ , exprimée en Weber (Wb) ou en  $\text{T m}^2$ , définie par :

$$\Phi = \iint_{M \in (S)} \vec{B}(M) \cdot \vec{dS}(M)$$

où  $S$  est une surface quelconque et  $\vec{dS}(M) = dS \vec{n}(M)$  est le vecteur surface élémentaire orienté par le vecteur unitaire  $\vec{n}(M)$  normal à  $dS$  en  $M$ .

### V.2 Loi de Faraday de l'induction électromagnétique

Lorsqu'un circuit conducteur fermé est plongé dans un champ magnétique, la variation du flux magnétique à travers le circuit est la cause d'un effet appelé induction électromagnétique et qui se traduit par l'apparition dans le circuit d'une force électromotrice induite  $e$  donnée par la loi de Faraday :

$$e_{\text{ind}} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d}{dt} \iint_{M \in (S)} \vec{B}(M) \cdot \vec{dS}(M)$$

où  $(S)$  est n'importe quelle surface délimitée par le fil conducteur fermé. La fem d'induction a la même orientation que celle choisie pour le contour qui définit l'orientation de  $\vec{dS}$ . Le courant d'intensité  $i$  qui peut apparaître dans le fil conducteur est lui-même orienté dans le même sens si on choisit une convention générateur mais reste algébrique (il peut être positif ou négatif).

### V.3 Circuit électrique équivalent

La présence d'un champ magnétique dont le flux à travers une boucle conductrice est variable dans le temps ( $\frac{d\Phi}{dt} \neq 0$ ) peut donc se modéliser par un générateur de tension de fem  $e$  que l'on représente généralement en convention générateur. Si la boucle conductrice comporte également d'autres dipôles (résistance, inductance, condensateur, etc.), on peut représenter l'ensemble par un circuit électrique équivalent.

## VI Couplage inductif de circuits

### VI.1 Inductance propre

On appelle *inductance propre*, ou coefficient d'auto-induction, le coefficient de proportionnalité  $L > 0$ , exprimée en henry (H) qui existe entre l'intensité du courant qui circule dans une bobine et le flux du champ  $\vec{B}_{\text{ind}}$  que ce courant génère à travers cette même bobine (appelé flux propre) :

$$\Phi_p = \iint_{M \in (S)} \vec{B}_{\text{ind}}(M) \cdot \vec{dS}(M) = Li$$

### VI.2 Inductance mutuelle

Soient deux circuits conducteurs fermés  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  à proximité l'un de l'autre. Si  $\mathcal{C}_1$  est parcouru par un courant d'intensité  $i_1$ , il crée un champ magnétique  $\vec{B}_1$ . Ce champ magnétique  $\vec{B}_1$  crée un flux à travers  $\mathcal{C}_2$ , qu'on notera  $\Phi_{1 \rightarrow 2}$ , c'est-à-dire flux créé par  $\mathcal{C}_1$  à travers  $\mathcal{C}_2$ .  $\vec{B}_1$  étant proportionnel à  $i_1$ , on peut affirmer qu'il existe un coefficient de proportionnalité entre  $\Phi_{1 \rightarrow 2}$  et  $i_1$ .

On appelle *inductance mutuelle*, ou coefficient de mutuelle induction,  $M_{1 \rightarrow 2}$ , exprimée en henry (H) ce coefficient de proportionnalité et on a :

$$\Phi_{1 \rightarrow 2} = \iint_{(S_2)} \vec{B}_1 \cdot \vec{dS}_2 = M_{1 \rightarrow 2} i_1$$

$M_{1 \rightarrow 2}$  est algébrique et son signe dépend des orientations relatives des deux circuits.  $M_{1 \rightarrow 2}$  ne dépend pas de  $i_1$ .

Symétriquement, on a :

$$\Phi_{2 \rightarrow 1} = \iint_{(S_1)} \vec{B}_2 \cdot \overrightarrow{dS_1} = M_{2 \rightarrow 1} i_2$$

### VI.3 Théorème de Neumann

Le coefficient de mutuelle induction du circuit  $\mathcal{C}_1$  sur le circuit  $\mathcal{C}_2$  est identique à celui de mutuelle induction du circuit  $\mathcal{C}_1$  sur le circuit  $\mathcal{C}_2$  :

$$M_{1 \rightarrow 2} = M_{2 \rightarrow 1} = M$$

## VII Transformateur

### VII.1 Définition

On appelle *transformateur* tout dispositif permettant de modifier l'amplitude d'un signal alternatif entrant, sans modifier sa fréquence.

### VII.2 Transformateur idéal

On appelle transformateur idéal, un transformateur dans lequel :

- toutes les lignes de champs sont canalisées par le matériau ferromagnétique ;
- les bobinages sont de résistance nulle ;
- le matériau ferromagnétique et lui-même sans perte.

### VII.3 Rapport de transformation

Pour un transformateur idéal :

$$\frac{u_1}{u_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

où  $u_1$  (resp.  $i_1$ , resp.  $N_1$ ) est la tension (resp. courant, resp. nombre de tours d'enroulements) de la bobine primaire, et  $u_2$  (resp.  $i_2$ , resp.  $N_2$ ) est la tension (resp. courant, resp. nombre de tours d'enroulements) de la bobine secondaire.