

TD 0 – Introduction

I Dimensions

Donner les dimensions des grandeurs suivantes :

1. Le champ de pesanteur g .
2. Une pulsation ω .
3. Une masse volumique ρ .
4. Une charge Q .
5. Une force \vec{F} .
6. La constante universelle de gravitation G .
7. La constante de Planck h .
8. La permittivité diélectrique absolue du vide ε_0 .

II Homogénéités

1. Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

$$(a) \quad g = g_0 \frac{R}{(R+h)^2} + g_0$$

$$(c) \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{R+h}{g_0}}$$

$$(b) \quad v = mR \sqrt{\frac{g_0}{R+r}}$$

$$(d) \quad E_c = \frac{1}{2}mv^2$$

Où g et g_0 sont des champs de pesanteur, R et h des longueurs, v une vitesse, T un temps, m une masse et E_c une énergie.

2. Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

$$(a) \quad \tau = \frac{R}{L}$$

$$(d) \quad \underline{H} = \frac{1}{1 + j \left(RL\omega - \frac{RC}{\omega} \right)}$$

$$(b) \quad \tau = RC$$

$$(c) \quad \underline{Z} = R + jL\omega + \frac{R}{1 + jRC\omega}$$

$$(e) \quad LC \frac{d^2u}{dt^2} + (r - R) \frac{du}{dt} + u = 0$$

Où τ est un temps, L est une inductance, r et R des résistances, C une capacité, ω une pulsation, \underline{Z} une impédance, \underline{H} une transmittance complexe.

3. Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

$$(a) \quad S(P, V) = \frac{nR}{\gamma-1} \left(\ln \left(\frac{P}{P_0} \right) + \gamma \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) \right) + S(P_0, V_0)$$

$$(b) \quad \gamma = \frac{4\pi^2}{T^2} \frac{mv_0}{P_0 A^2}$$

Où S est une entropie, P et P_0 des pressions, V et V_0 des volumes, R la constante des gaz parfaits, γ le rapport des capacités thermiques $\frac{C_p}{C_v}$, n une quantité de matière, T une période, m , une masse, A une aire.

III Chiffres significatifs dans un résultat de mesure

Compléter le tableau suivant en écrivant les résultats des mesures sous la forme :

$$(X ; u(X)) \text{ unités}$$

et en respectant les règles d'écriture des résultats de mesure. On pourra utiliser l'écriture scientifique si nécessaire.

Grandeur	Valeur mesurée	Incertitude-type	Écriture
Distance L	742 310,1 m	777,32 m	$L =$
Distance L	8231,34 m	3,449 m	$L =$
Distance L	9,421 36 mm	4 μ m	$L =$
Temps T	0,014 280 s	0,000 312 s	$T =$
Temps T	0,002 853 4 s	0,000 451 s	$T =$
Temps T	0,000 284 s	0,000 436 s	$T =$
Résistance R	1,108 76 m Ω	333 $\mu\Omega$	$R =$
Résistance R	4,2032 M Ω	5,3 k Ω	$R =$
Intensité I	45 A	0,32 kA	$I =$
Intensité I	45 μ A	4,4 mA	$I =$

IV Évaluation de type A d'incertitudes-types

On réalise en travaux pratiques (à Paris) $n = 6$ mesures de la norme de l'accélération de la pesanteur g , dont les résultats exprimés en m s^{-2} sont les suivants : 9,68 ; 9,85 ; 9,85 ; 9,77 ; 9,87 ; 9,79.

1. Avec un tableur ou python, déterminer l'incertitude-type associée à une valeur.
2. En déduire, à la main, l'incertitude-type associée à la valeur moyenne des valeurs.
3. Quel est le meilleur estimateur du mesurande ? Donner son expression et sa valeur.
4. Écrire le résultat du mesurage de g .

La valeur référence à Paris est $g_{ref} = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

5. Le mesurage effectué en travaux pratiques est-il compatible avec la valeur référence ?

On donne : $\sqrt{6} = 2,449$.

V Cas gaussien

Dans une publication scientifique, on lit le paragraphe suivant :

« On a réalisé 100 mesures du rayon d'un proton, qui suivent une distribution gaussienne, de moyenne $\bar{r} = 0,833\,152\,6 \text{ fm}$ et dont on sait que la variance est $V = 7,225 \times 10^{-11} \text{ fm}^2$. On admet que la moyenne mesurée est égale à l'espérance de la distribution gaussienne.

1. Déterminer l'incertitude-type sur la valeur du rayon.
2. Déterminer le facteur d'élargissement k associé à un niveau de confiance de 95 % à l'aide d'une table de Student.
3. Déterminer l'incertitude-type élargie associée à un niveau de confiance de 95 %.
4. Écrire le résultat du mesurage du rayon.

On donne : $\sqrt{72,25} = 8,5$.

VI Évaluation de type B d'incertitudes-types

Sur un multimètre numérique, réglé en ohmmètre, l'afficheur numérique indique :

941.6 Ω

Déterminer l'incertitude-type sur la valeur mesurée puis écrire le résultat du mesurage.

On fournit l'extrait de notice suivant :

Mesure de résistance

Gamme : 500,00 Ω ; 5,0000k Ω ; 50,000k Ω ; 500,00k Ω ; 5,0000M Ω ; 50,000M Ω

Précision : [500,00 Ω] $\pm(0,07\%$ de la lecture + 10dgts)

[5,0000k Ω ; 50,000k Ω ; 500,00k Ω] $\pm(0,07\%$ de la lecture + 2dgts)

[5,0000M Ω] $\pm(0,2\%$ de la lecture + 6dgts)

[50,000M Ω] $\pm(2,0\%$ de la lecture + 6dgts)

Remarque : « dgts » signifie « digits ». Un digit est la valeur qu'aurait le chiffre 1 s'il était placé dans la position du dernier chiffre affiché.

VII Incertitudes composées

On mesure, avec l'aide d'un index sur un banc d'optique gradué au millimètre, les positions $x_1 = 100,3 \text{ cm}$ et $x_2 = 104,2 \text{ cm}$.

1. Quelles sont les incertitudes-types sur x_1 et x_2 associées à un modèle rectangulaire ?
2. Quelle est l'incertitude-type composée sur la distance $d = x_2 - x_1$?
3. Faire les applications numériques qui correspondent aux deux questions précédentes. Commenter la valeur de l'incertitude-type sur d au regard de la précision du banc d'optique.
4. Écrire le résultat du mesurage de la distance d .