TD 0 – Introduction

I Dimensions

Donner les dimensions des grandeurs suivantes :

1. Le champ de pesanteur g.
2. Une pulsation ω.
3. Une masse volumique ρ.
4. Une charge Q.
5. Une force $\overrightarrow{F}$.
6. La constante universelle de gravitation G.
7. La constante de Planck h.
8. La permittivité diélectrique absolue du vide ε_0.

II Homogénéités

1. Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

   (a) $g = g_0 \frac{R}{(R+h)^2} + g_0$

   (b) $v = mR\sqrt{\frac{g_0}{R+r}}$

   (c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{R+h}{g_0}}$

   (d) $E_c = \frac{1}{2}mv^2$

   Où g et g_0 sont des champs de pesanteur, R et h des longueurs, v une vitesse, T un temps, m une masse et E_c une énergie.

2. Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

   (a) $\tau = \frac{R}{L}$

   (b) $\tau = RC$

   (c) $\underline{Z} = R + jL\omega + \dfrac{R}{1 + jRC\omega}$

   (d) $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + j\left(RL\omega - \frac{RC}{\omega}\right)}$

   (e) $LC\dfrac{\mathrm{d}^2u}{\mathrm{d}t^2} + (r-R)\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} + u = 0$

   Où L est une inductance, r et R des résistances, C une capacité, ω une pulsation, $\underline{Z}$ une impédance, $\underline{H}$ une transmittance complexe.

3. Vérifier l'homogénéité des expressions suivantes :

   (a) $S(P,V) = \frac{nR}{\gamma-1}\left(\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) + \gamma\ln\left(\frac{V}{V_0}\right)\right) + S(P_0,V_0)$

   (b) $\gamma = \frac{4\pi^2}{T^2}\frac{mv_0}{P_0A^2}$.

   Où S est une entropie, P et P_0 des pressions, V et V_0 des volumes, R la constante des gaz parfaits, γ le rapport des capacités thermiques $\frac{C_p}{C_V}$, n une quantité de matière, T une période, m, une masse, A une aire.

III Chiffres significatifs dans un résultat de mesurage

Compléter le tableau suivant en écrivant les résultats des mesures sous la forme :

`(X ; u(X)) unités`

et en respectant les règles d'écriture des résultats de mesurage. On pourra utiliser l'écriture scientifique si nécessaire.

Grandeur	Valeur mesurée	Incertitude-type	Écriture
Distance L	742 310,1 m	777,32 m	$L =$
Distance L	8231,34 m	3,449 m	$L =$
Distance L	9,421 36 mm	4 µm	$L =$
Temps T	0,014 280 s	0,000 312 s	$T =$
Temps T	0,002 853 4 s	0,000 451 s	$T =$
Temps T	0,000 284 s	0,000 436 s	$T =$
Résistance R	1,108 76 mΩ	333 µΩ	$R =$
Résistance R	4,2032 MΩ	5,3 kΩ	$R =$
Intensité I	45 A	0,32 kA	$I =$
Intensité I	45 µA	4,4 mA	$I =$

IV Évaluation de type A d'incertitudes-types

On réalise en travaux pratiques (à Paris) $n = 6$ mesures de la norme de l'accélération de la pesanteur g, dont les résultats exprimés en $\mathrm{m\,s^{-2}}$ sont les suivants : 9,68 ; 9,85 ; 9,85 ; 9,77 ; 9,87 ; 9,79.

1. Avec un tableur ou python, déterminer l'incertitude-type associée à une valeur.
2. En déduire, à la main, l'incertitude-type associée à la valeur moyenne des valeurs.
3. Quel est le meilleur estimateur du mesurande ? Donner son expression et sa valeur.
4. Écrire le résultat du mesurage de g.

La valeur référence à Paris est $g_{ref} = 9{,}81\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

5. Le mesurage effectué en travaux pratiques est-il compatible avec la valeur référence ?

On donne : $\sqrt{6} = 2,449$.

V Cas gaussien

Dans une publication scientifique, on lit le paragraphe suivant :
« On a réalisé 100 mesures du rayon d'un proton, qui suivent une distribution gaussienne, de moyenne $\bar{r} = 0{,}833\,152\,6\,\mathrm{fm}$ et dont on sait que la variance est $V = 7{,}225 \times 10^{-11}\,\mathrm{fm}^2$. On admet que la moyenne mesurée est égale à l'espérance de la distribution gaussienne.

1. Déterminer l'incertitude-type sur la valeur du rayon.
2. Déterminer le facteur d'élargissement k associé à un niveau de confiance de 95 % à l'aide d'une table de Student.
3. Déterminer l'incertitude-type élargie associée à un niveau de confiance de 95 %.
4. Écrire le résultat du mesurage du rayon.

On donne : $\sqrt{72,25} = 8,5$.

VI Évaluation de type B d'incertitudes-types

Sur un multimètre numérique, réglé en ohmmètre, l'afficheur numérique indique :

$$\texttt{941.6}\ \Omega$$

Déterminer l'incertitude-type sur la valeur mesurée puis écrire le résultat du mesurage.
On fournit l'extrait de notice suivant :

Mesure de résistance
Gamme : 500,00Ω ; 5,0000kΩ ; 50,000kΩ ; 500,00kΩ ; 5,0000MΩ ; 50,000MΩ
Précision : [500,00Ω] ±(0,07% de la lecture + 10dgts)
[5,0000kΩ ; 50,000kΩ ; 500,00kΩ] ±(0,07% de la lecture + 2dgts)
[5,0000MΩ] ±(0,2% de la lecture + 6dgts)
[50,000MΩ] ±(2,0% de la lecture + 6dgts)

Remarque : « dgts » signifie « digits ». Un digit est la valeur qu'aurait le chiffre 1 s'il était placé dans la position du dernier chiffre affiché.

VII Incertitudes composées

On mesure, avec l'aide d'un index sur un banc d'optique gradué au millimètre, les positions $x_1 = 100{,}3\,\mathrm{cm}$ et $x_2 = 104{,}2\,\mathrm{cm}$.

1. Quelles sont les incertitudes-types sur x_1 et x_2 associées à un modèle rectangulaire ?
2. Quelle est l'incertitude-type composée sur la distance $d = x_2 - x_1$?
3. Faire les applications numériques qui correspondent aux deux questions précédentes. Commenter la valeur de l'incertitude-type sur d au regard de la précision du banc d'optique.
4. Écrire le résultat du mesurage de la distance d.